Na przykład: samochód w ciągu minuty, czyli $\Delta t = 60$ s przejechał odcinek o długości 1,2 km, czyli $\Delta x = 1200$ m. Jego prędkość **średnia** wynosiła więc $\frac{1200\text{m}}{60\text{s}} = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (czyli $72\frac{\text{km}}{\text{h}}$). Jednak w ciągu tej minuty mógł zwalniać i przyspieszać. Można zapytać: jaka była prędkość **chwilowa** na początku omawianego przedziału czasu? Aby na to pytanie odpowiedzieć, należałoby zmierzyć zmianę położenia samochodu w krótszym przedziale czasu. Większą dokładność uzyskalibyśmy, dokonując pomiaru dla $\Delta t = 1$ s (samochód przejechałby w tym czasie około 20 m). Jeszcze większą – dokonując pomiaru w czasie 0,01 s (samochód przejechałby w tym czasie około 20 cm), itp. Interesuje nas więc **granica**:

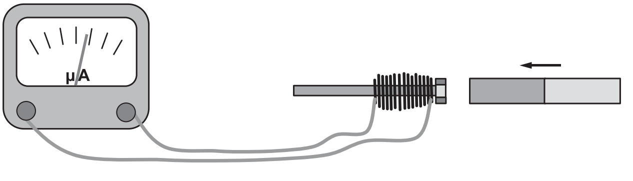
(1.2)
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Symbol $\lim\limits_{\Delta t \to 0}$ oznacza granicę dla Δt dążącego do zera[1].

Taką granicę nazywamy pochodną położenia x względem czasu t.

Siła elektromotoryczna indukcji

Z podobną sytuacją mamy do czynienia w zjawisku indukcji elektromagnetycznej. Siła elektromotoryczna E indukowana w zwojnicy jest proporcjonalna do zmian w czasie strumienia indukcji magnetycznej B, czyli Φ_{B}:



Rys. 1.2. Na skutek zmian strumienia indukcji magnetycznej w zwojnicy powstaje siła elektromotoryczna

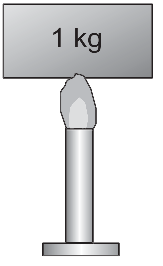
(1.3)
$$\mathsf{E} = -\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \Phi_{\mathrm{B}}}{\Delta t}.$$

Siła elektromotoryczna indukcji jest równa – z przeciwnym znakiem – pochodnej strumienia indukcji magnetycznej względem czasu.

[1] Symbol pochodzi od łacińskiego słowa *limes* – granica.

Ciepło właściwe

Analogicznie: ciepłem właściwym c nazywamy ilość ciepła ΔQ, która trzeba dostarczyć, aby podnieść temperaturę T **jednostkowej masy** ciała o jednostkową wartość ΔT.



Rys. 1.3. Przepływ ciepła powoduje wzrost temperatury ciała

Jeżeli jednak ciepło właściwe nie jest stałe[2], a zależy od temperatury, musimy wtedy brać nie jednostkowe, ale bardzo małe przyrosty temperatury. Prowadzi to więc do definicji:

(1.4) $$c = \lim_{\Delta T \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta T}.$$

Podobne przykłady można by dowolnie mnożyć.

1.2. Definicja pochodnej

Pochodna funkcji w punkcie x_0

Spójrzmy na zagadnienie nieco ogólniej. Przypuśćmy, że określona jest funkcja $f(x)$, przyporządkowująca wielkości x (zmiennej **niezależnej**) pewną inną wielkość y (zmienną **zależną**).

(1.5) $$y = f(x).$$

Pochodną funkcji $f(x)$względem x w punkcie x_0 będziemy nazywać wielkość:

(1.6) $$f'(x_0) \equiv \left(\frac{df(x)}{dx}\right)_{x_0} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

[2] Do zależności ciepła właściwego od temperatury wrócimy jeszcze w rozdziale 5, paragraf 5.10.