i Scholesa[29] przyjęto, że wolna od ryzyka stopa procentowa jest znana i stała, a dynamika ceny akcji jest zgodna z geometrycznym ruchem Browna ze stałą zmiennością, implikującym logarytmiczno-normalny rozkład cen akcji. Drugim założeniem przyjętym przez Blacka i Scholesa było, że rynki, na których instrument podstawowy i opcja są przedmiotem obrotu, są „bez zakłóceń" (*frictionless*), co oznacza między innymi, że można zakupić i sprzedać jakąkolwiek ilość o każdej porze i bez ponoszenia kosztów transakcji[30].

Formuła Blacka-Scholesa (BS) dla europejskiej opcji kupna bez uwzględnienia dywidendy przyjęła następującą postać:

$$C = SN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2),$$

$$d_1 = \left[\ln\left(S/K\right) + \left(r + 0{,}5\sigma^2\right)T\right] / \left(\sigma\sqrt{T}\right),$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T},$$

gdzie:

C – szacowana wartość opcji kupna,
S – aktualna cena instrumentu podstawowego,
K – cena wykonania opcji,
T – okres do rozliczenia (wykonania) opcji (w latach),
r – stopa procentowa wolna od ryzyka (w ujęciu rocznym),
σ – zmienność ceny instrumentu podstawowego (odchylenie standardowe stopy zwrotu z akcji) (w ujęciu rocznym),
$N(\cdot)$ – dystrybuanta standaryzowanego rozkładu normalnego.

Interpretacja przedstawionej formuły zależy od przyjętego punktu widzenia. Dla kupującego cena opcji stanowi zdyskontowaną oczekiwaną korzyść z zakupu opcji, natomiast dla sprzedającego zdyskontowany oczekiwany koszt związany ze sprzedażą opcji[31]. Z punktu widzenia uczestnika rynku stosującego strategię zabezpieczającą portfel składający się z akcji i opcji kupna, wartość opcji kupna będzie odpowiadać wielkości $SN(d_1)$, jaka została zainwestowana w akcje, pomniejszonej o wielkość $Ke^{-rT}N(d_2)$, jaka musi być przeznaczona na sfinansowanie całego takiego portfela. Z innego punktu widzenia wartość opcji kupna można postrzegać jako różnicę pomiędzy bieżącą wartością akcji otrzymanej w terminie rozliczenia a bieżącą wartością ceny wykonania (rozliczenia), jaką w dniu rozliczenia trzeba zapłacić, wykonując opcję[32].

Nieco skomplikowana postać modelu BS wynika z ryzyka, jakie niesie za sobą przedmiot opcji. Przyjmując zmienność σ na poziomie bliskim zeru, dla opcji kupna ATM i ITM otrzymujemy z modelu wartości d_1 i d_2 na stosunkowo wysokim poziomie,

[29] F. Black, M. Scholes (1973), *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, „Journal of Political Economy", t. 81.

[30] C. Alexander (2008a), *Market Risk…*, s. 174.

[31] C. Alexander (2008a), *Market Risk…*, s. 180.

[32] K. Spremann (1991), *Investition…*, s. 580.

a w konsekwencji $N(d_1)$ i $N(d_2)$ osiągają wartości bardzo zbliżone do 1. Wartość opcji kupna staje się wówczas równa w przybliżeniu jej wartości wewnętrznej, którą można zapisać jako różnicę pomiędzy aktualną ceną akcji i wartością bieżącą ceny wykonania: $C = S - Ke^{-rT}$. Dla opcji kupna OTM natomiast $N(d_1)$ i $N(d_2)$ osiągają wartości bardzo bliskie zeru, a w konsekwencji cena opcji staje się także bardzo bliska zeru.

Formuła BS na cenę opcji sprzedaży wynika z zastosowania parytetu *put-call* i została określona następująco:

$$P = -SN(-d_1) + Ke^{-rT}N(-d_2),$$

gdzie:

P – szacowana wartość opcji sprzedaży, a pozostałe oznaczenia jak poprzednio.

Podstawową zaletą modelu Blacka-Scholesa jest duża elastyczność zastosowania i możliwość natychmiastowego wyliczania wartości opcji przy zmianie któregokolwiek z czynników uwzględnionych w modelu. Największą trudność sprawia natomiast trafne określenie zmienności ceny instrumentu podstawowego, które ma duży wpływ na końcowy wynik obliczeń. Z tego też względu obok zmienności historycznej wyróżnia się pojęcie rynkowej zmienności implikowanej rozumianej jako zmienność σ, która jest zawarta w rynkowej cenie opcji i wyliczana zwrotnie z modelu po podstawieniu rynkowej ceny opcji[33].

Formuła BS, jako stosunkowo prosta i łatwa do zastosowania w praktyce, określająca uniwersalną cenę opcji niezależnie od awersji uczestnika rynku do ryzyka, stała się pewnym wzorcem (punktem odniesienia), który pozwolił na szybki rozwój rynku opcji. Formuła ta stała się także podstawą dla wielu dalszych jej uogólnień oraz rozszerzeń na inne instrumenty podstawowe. Jeszcze w tym samym roku Robert Merton[34] podał alternatywne wyprowadzenie równania różniczkowego cząstkowego i rozszerzył formułę BS na aktywa z dywidendą przy założeniu stałej stopy dywidendy.

Zmodyfikowany model BS uwzględniający wypłacane dywidendy jest określany jako model Blacka-Scholesa-Mertona (BSM) i ma następującą postać:

$$C = Se^{-yT}N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2),$$

gdzie:

$$d_1 = \left[\ln\left(S/K\right) + \left(r - y + 0{,}5\sigma^2\right)T\right] / \left(\sigma\sqrt{T}\right),$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T},$$

y – stopa dywidendy (w ujęciu rocznym), a pozostałe oznaczenia jak wcześniej.

---

[33] Zob.: C. Alexander (2008a), *Market Risk…*, s. 231; J.B. Bittman (2009), *Trading Options as a Professional. Techniques for Market Makers and Experienced Traders*, McGraw-Hill, New York, s. 222–223.

[34] R.C. Merton (1973), *Theory of Rational Option Pricing*, „Bell Journal of Economics and Management Science”, t. 4.