Należy zidentyfikować taksówkę, aby w ten sposób dotrzeć do gościa. Zadanie to rozwiążemy, używając technik związanych z algebrą Boole'a.

George Boole (1815–1864) był genialnym matematykiem intuicjonistą, gdyż większość posiadanej wiedzy zdobył sam. Wychowany w ubogiej rodzinie, nie mógł sobie pozwolić na opłacenie nauki w szkołach ponadelementarnych. Zafascynowany naukami ścisłymi i zakochany w dużo młodszej od siebie kobiecie – zmarł z miłości. Gdy pewnego dnia wrócił całkowicie przemoczony do domu, z początkami silnego przeziębienia, żona przekonała go, że najlepszą kuracją będzie walka z przyczynami choroby poprzez zmaganie się z nimi. Przez dwa tygodnie polewała jego pościel i łóżko zimną wodą, aby w ten sposób pokonać chorobę spowodowaną przemoknięciem. Zakochany Boole nie miał siły i ochoty protestować. Zmarł, wykończony kuracją wodną, mając 49 lat, zostawiając 32-letnią wdowę z pięciorgiem dzieci.

Najbardziej znanym elementem z bogatej matematycznej spuścizny Boole'a jest koncepcja algebry (zwanej na jego cześć algebrą Boole'a).

Niech B będzie niepustym zbiorem, w którym istnieją dwa różne elementy wyróżnione (*zwyczajowo oznaczone przez* 0, 1). *Na B określone są operacje dwuargumentowe* (*działania oznaczone symbolami sumy* (+) *i iloczynu* (·)) *i operacja jednoargumentowa* (*zwana dopełnieniem lub negacją* (∼)). *Wówczas* $(B, +, \cdot, \sim, 0, 1)$ *nazwiemy algebrą Boole'a, jeżeli spełnione są następujące warunki:*

$\forall x, y, z \in B$ *mamy:* $x + y \in B, \qquad x \cdot y \in B,$

$$
\begin{aligned}
x + y &= y + x, & x \cdot y &= y \cdot x,\\
x + (y + z) &= (x + y) + z, & x \cdot (y \cdot z) &= (x \cdot y) \cdot z,\\
x \cdot (y + z) &= x \cdot y + x \cdot z, & x + y \cdot z &= (x + y) \cdot (x + z),\\
x + 0 &= x, & x \cdot 1 &= x,\\
x + (\sim x) &= 1, & x \cdot (\sim x) &= 0.
\end{aligned}
$$

Z własności tych wynika między innymi, że

$$x \cdot y + x \cdot (\sim y) = x.$$

Rzeczywiście:

$$x \cdot y + x \cdot (\sim y) = x \cdot (y + (\sim y)) = x \cdot 1 = x.$$

Mamy również

$$x + x \cdot y = x.$$

Faktycznie:

$$x + x \cdot y = x \cdot (1 + y) = x \cdot 1 = x.$$

Jeżeli w logicznym rachunku zdań zastąpimy działanie + przez alternatywę $\vee$ (dysjunkcję), działanie $\cdot$ przez koniunkcję $\wedge$, a $\sim$ przez negację $\sim$, natomiast 0 traktować będziemy jako logiczną wartości fałszu, a 1 jako logiczną wartość prawdy, to rachunek zdań stanie się algebrą Boole'a.

Rachunek zbiorów również jest algebrą Boole'a dla działań sumy (zastępującej +), iloczynu zbiorów (zastępującego $\cdot$) i dopełnienia (zastępującego $\sim$). 0 to zbiór pusty, natomiast 1 to cała dziedzina X.

Używając algebry Boole'a, spróbujemy rozwiązać zagadkę transportową związaną z zagranicznym gościem uczelni. Dysponujemy następującymi informacjami:

p – samochód jest niebieski,

q – samochód to toyota,

r – samochód jest czarny,

s – samochód to volkswagen,

t – samochód to skoda.

W związku z tym, że każda osoba powiedziała jedno zdanie prawdziwe i jedno fałszywe, mamy:

$$p + q = 1, \qquad r + s = 1, \qquad (\sim p) + t = 1,$$

Oznacza to, że

$$(p + q)(\mathrm{r} + s)(\sim p + t) = 1.$$

Wymnażając, otrzymujemy:

$$pr(\sim p) + prt + ps(\sim p) + pst + qr(\sim p) + qrt + qst + qs(\sim p) = 1.$$

Zauważmy, że składniki $pr(\sim p) = 0$ i $ps(\sim p) = 0$, bo zawierają iloczyn wzajemnie wykluczających się zdań. Mamy też $prt = 0$, bo samochód nie może być jednocześnie i niebieski, i czarny,

$$pst = 0, \qquad qrt = 0, \qquad qst = 0, \qquad qs(\sim p) = 0,$$