5.3 REDUKCJA PRZEZ ODWZOROWANIE

Pokazaliśmy, jak można użyć techniki redukcji do wykazania, że rozmaite problemy są nierozstrzygalne. W tym podrozdziale sformalizujemy pojęcie redukowalności. Dzięki temu będziemy mogli użyć redukcji w bardziej wyrafinowany sposób, na przykład by dowieść, że pewne języki nie są rozpoznawalne w sensie Turinga, a także w ramach teorii złożoności.

Pojęcie redukcji jednego problemu do innego można formalnie zdefiniować na wiele sposobów. To, którego użyjemy, zależy od zastosowania. My wybieramy prosty rodzaj redukowalności nazywany redukcją przez odwzorowanie[2].

Z grubsza rzecz biorąc, możliwość zredukowania problemu A do problemu B przy użyciu redukcji przez odwzorowanie oznacza, że istnieje funkcja obliczalna przekształcająca egzemplarze problemu A na egzemplarze problemu B. Jeżeli mamy taką funkcję przekształcającą, nazywaną *redukcją*, to możemy rozwiązać A przy użyciu algorytmu dla B. Uzasadnienie jest takie, że dowolny egzemplarz problemu A można rozwiązać, używając redukcji do przekształcenia go na egzemplarz B, a następnie stosując algorytm dla B. Dokładną definicję redukcji przez odwzorowanie przedstawimy za chwilę.

FUNKCJE OBLICZALNE

Maszyna Turinga oblicza funkcję, rozpoczynając z zapisanym na taśmie argumentem tej funkcji i zatrzymując się z zapisanym na taśmie jej wyjściem.

DEFINICJA 5.17

Funkcja $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$ jest ***funkcją obliczalną***, jeśli pewna maszyna Turinga M dla każdego słowa wejściowego w zatrzymuje się ze słowem $f(w)$ zapisanym na taśmie.

PRZYKŁAD 5.18

Wszystkie typowe operacje arytmetyczne na liczbach całkowitych są funkcjami obliczalnymi. Na przykład możemy zbudować maszynę, która przyjmuje wejście $\langle m, n\rangle$ i zwraca $m + n$, czyli sumę m i n. W tym miejscu nie będziemy podawać szczegółów, pozostawiając je jako ćwiczenia. ■

PRZYKŁAD 5.19

Funkcje obliczalne mogą operować na opisach maszyn. Na przykład pewna funkcja obliczalna przyjmuje wejście w i zwraca opis maszyny Turinga $\langle M'\rangle$ takiej, że jeśli $w = \langle M\rangle$

[2] W innych podręcznikach można spotkać nazwę ***redukowalność wiele do jednego*** (*many-one reducibility*).