

Pierwszym, co nas uderza, jest fakt, że Babilończycy nie mieli systemu liczenia opartego na 10 (systemu dziesiętnego), który wydaje się oczywistym wyborem, gdyż liczyli oni na palcach. Nie mieli też systemu opartego na 12. Ten system „dwunastkowy” napotykamy w wielu innych miejscach i także może być uznany za oczywisty, biorąc pod uwagę liczbę paliczków (kości palca) na czterech palcach jednej ręki, co daje liczbę 12. Kciuk używany jest wtedy jako wskaźnik. Ale Babilończycy wybrali zamiast tego system sześćdziesiątkowy – czyli system oparty na 60 – przyjęty od Sumerów, którzy rozwinęli go łącząc ze sobą systemy dziesiętny i dwunastkowy<sup>9</sup>. Zaletą systemu sześćdziesiątkowego jest fakt, że 60 jest podzielne przez wiele innych liczb (2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20 i 30), co oznacza, że ułamek często daje wynik w postaci liczby całkowitej. Ta cecha ułatwia wszelkie rodzaje działań arytmetycznych, które były niezbędne w związku z rozwijającym się w Mezopotamii handlem. Ale dodatkową korzyść stanowi czas obliczeń, gdyż podstawowa jednostka czasu Babilończyków – godzina – mogła być podzielona na równe części: 30, 20, 15, 12, 10, 6, 5, 4, 3 i 2 minuty. Ten system oparty na podstawie 60 został przyjęty w wielu częściach świata hellenistycznego. Przeniesiony dalej przez Rzymian, a potem Europejczyków system sześćdziesiątkowy rozprzestrzenił się po świecie, nie w celu dokonywania obliczeń, ale do pomiaru czasu i kątów. Godziny, minuty i stopnie, których dziś używamy, są nadal wyrażane w układzie sześćdziesiątkowym, co stanowi zauważalną anomalię w kulturze, w której dominuje system dziesiętny.

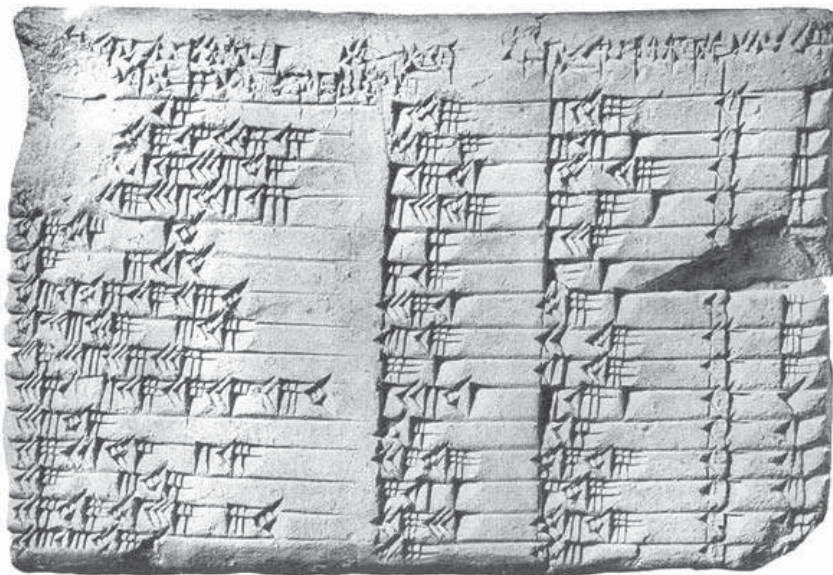
Babiloński system liczbowy jest najstarszą *notacją pozycyjną*, w której wartość cyfry zależy nie tylko od niej samej, ale od jej położenia w liczbie. To podejście nadal obowiązuje dzisiaj: niemal wszystkie współczesne systemy liczbowe są notacjami pozycyjnymi. Na przykład w naszym systemie dziesiętnym cyfra 7 w liczbie 73 nie ma wartości 7, lecz 70. Bez systemu pozycyjnego obliczenia na dużych liczbach stałyby się niezwykle niepraktyczne. Babiloński system liczbowy opierał się na wzorcu systematycznym: to pozycja cyfry w liczbie określała wielkość, przy czym każde przesunięcie w lewo oznaczało zwiększenie potęgi o jeden. Mając notację pozycyjną, Babilończycy mogli znacznie łatwiej odkryć regularności w liczbach, zwłaszcza w porównaniu z późniejszymi systemami: egipskim i rzymskim. Oczywiście ten wzorzec zapisu pozycyjnego nie jest wzorcem

„naturalnym”. To wzorzec sztuczny, opracowany przez ludzi, który jednak jest właściwym przykładem naszego poszukiwania wzorców w historii.

Najstarsze tabliczki gliniane z serią liczb pochodzą z około 2600 r. p.n.e. i składają się z tabel arytmetycznych jak tabliczka mnożenia<sup>10</sup>. Są także tabliczki z tego samego okresu z ćwiczeniami, które wydają się pochodzić prosto z tamtejszych szkół i lekcji arytmetyki. Około 2000 r. p.n.e. powstały także tabliczki gliniane z wartościami kwadratów (od  $2^2$  do  $59^2$ ) oraz sześciątów (od  $2^3$  do  $31^3$ ). Poza tymi tabelami arytmetycznymi Babilończycy opracowali metody rozwiązywania równań kwadratowych. Rozwiązania te są także prezentowane w postaci tabel, jako odwrotności poprzednich tabel, aby znaleźć pierwiastki kwadratowe potrzebne do rozwiązania równań. Babilończycy potrafili także rozwiązać niektóre równania sześciennicze bez korzystania z żadnej notacji algebraicznej. Rozwiązywanie równań musiało być uciążliwe, ale było dość ważne dla różnych problemów praktycznych, takich jak określenie wymiarów prostokątnego fragmentu ziemi wzdłuż Eufratu, jeśli tylko podana była jego powierzchnia.

Najbardziej fascynująca ze wszystkich matematycznych tabliczek glinianych to Plimptona 322 (rysunek 7), która pochodzi z czasów Hammurabiego (ok. 1800 r. p.n.e.), pierwszego króla imperium babilońskiego. Przez długi czas uważano, że tabliczka zawierała tylko dane księgowe i dopiero w latach czterdziestych XX wieku matematycy odkryli, że liczby odpowiadały trójkom pitagorejskim, czyli liczbom całkowitym  $a$ ,  $b$  i  $c$ , takim, że  $a^2 + b^2 = c^2$ <sup>11</sup>. Liczby te reprezentują odpowiednio: dwa boki ( $a$  i  $b$ ) i przeciwprostokątną  $c$  trójkąta prostokątnego. Na przykład: zbiór (3, 4, 5) tworzy trójkę pitagorejską, gdyż  $3^2 + 4^2 = 5^2$ , czyli  $9 + 16 = 25$ . Inne przykłady trójek obejmują (5, 12, 13) oraz (8, 15, 17). Te trzy trójki składają się z małych liczb, które można odkryć systematycznie, wypróbowując różne kombinacje. Jednak lista na tabliczce Plimpton 322 obejmuje znacznie większe trójki pitagorejskie, takie jak (3456, 2267, 4825), a nawet (13500, 12709, 18541) – patrz tabela 2, która pokazuje trójki w notacji dziesiętnej.

Aby wygenerować te złożone trójki pitagorejskie, trzeba znać zasadę leżącą u ich podstaw. Nie można jej po prostu odkryć za pomocą prób i błędów, gdyż liczba



RYSUNEK 7

Tabliczka Plimptona 322 z trójkami pitagorejskimi.

Autor zdjęcia nieznan, [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Plimpton\\_322.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Plimpton_322.jpg)

kombinacji wszystkich możliwych trójek jest zbyt duża, aby znaleźć właściwą trójkę w rozsądnym czasie. Nie jest znana zasada lub metoda, której użyto, ale matematycy badający tabliczkę Plimptona wnioskują, że procedura nie różniła się od metody opisanej wiele wieków później przez greckiego matematyka Euklidesa (ok. 300 r. p.n.e.). Metoda Euklidesa działa w następujący sposób: wybieramy losowe liczby  $p$  i  $q$ , takie, że  $p > q$ . Gdy przyjmiemy, że  $a = 2pq$ ,  $b = p^2 - q^2$  oraz  $c = p^2 + q^2$ , to  $a^2 + b^2 = c^2$  jest spełnione<sup>12</sup>. Można to łatwo sprawdzić, podstawiając powyższe wartości jako  $a$ ,  $b$  i  $c$  do  $a^2 + b^2 = c^2$  i wyznaczając je. Sama procedura jest prosta, ale odkrycie jej wymaga znacznej wiedzy matematycznej. Dlatego długo uważano, że taka zasada generowania trójek pitagorejskich nie została odkryta aż do czasów Euklidesa. Jednak teraz wiemy, że ta metoda musiała powstać co najmniej 1400 lat wcześniej<sup>13</sup>.

Jeśli Babilończycy naprawdę używali tej lub podobnej metody, to czemu jej nie wyjaśnili lub gdzieś nie opisali? Jedną z największych zagadek Babilończyków

TABELA 2.

15 trójek pitagorejskich z glinianej tabliczki Plimptona 322

a	b	c
120	119	169
3456	3367	4825
4800	4601	6649
13 500	12 709	18 541
72	65	97
360	319	481
2700	2291	3541
960	799	1249
600	481	769
6480	4961	8161
60	45	75
2400	1679	2929
240	161	289
2700	1771	3229
90	56	106

jest ta, że opisują wynik, ale nie podają, jak go otrzymali, choć mogło się oczywiście zdarzyć, że wszystkie gliniane tabliczki zawierające metody zniknęły (jest to jednak mało prawdopodobne). Jedno jest pewne: Babilończycy musieli być świadomi zasady leżącej u podstaw, gdyż bez niej nie można było odkryć większych trójek pitagorejskich. Świadomość zasad matematycznych musiała się więc zacząć za czasów Babilończyków, nie później niż około 1800 r. p.n.e. Jest to drugi co do ważności punkt zwrotny w historii systematycznej wiedzy: pierwszym było uświadomienie sobie wzorców w paleolicie (patrz rozdział 1). Według naszej najlepszej wiedzy około 1800 r. p.n.e. miał miejsce drugi punkt zwrotny: świadomość zasad.

Czy wiemy cokolwiek na temat autora tabliczki Plimptona? Czy jest to naprawdę dzieło geniusza matematycznego? Tabliczka ta jest anonimowa i tym samym pasuje do babilońskiej tradycji, w której anonimowe arcydzieła literackie były zwykle dedykowane bogom lub królom. Intrygujące jest jednak, że struktura