

Rozdział 4

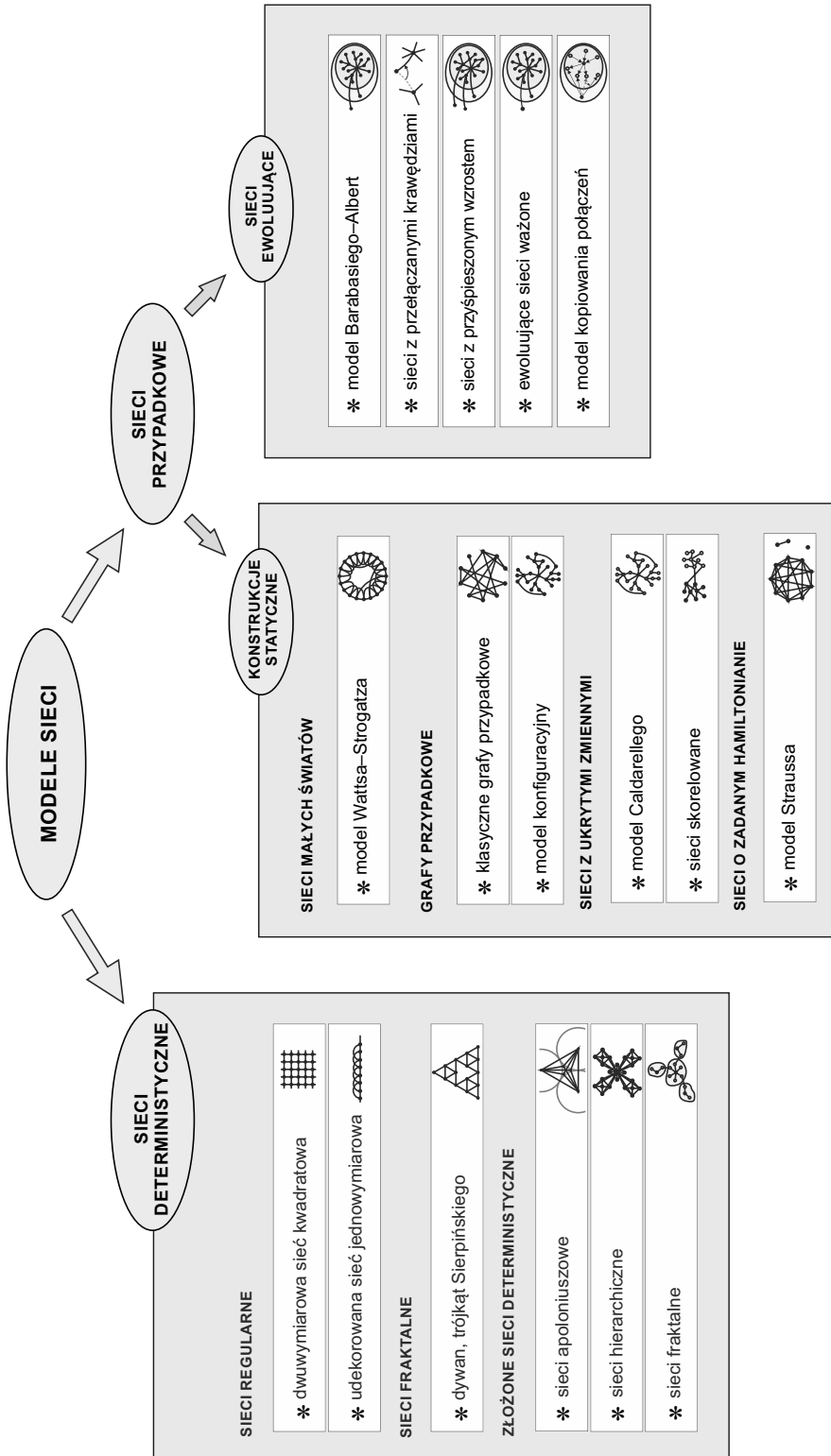
Modele sieci

Modelowanie sieci złożonych nie służy jedynie celom poznawczym. W wielu wypadkach struktura sieci i jej funkcjonalność są ze sobą ściśle związane. Dzięki temu, dysponując uproszczonym modelem sieci, jesteśmy w stanie przewidzieć zachowanie się badanego układu w wielu różnych sytuacjach. Co więcej, znając podstawowe reguły rządzące ewolucją sieci, możemy w pewien sposób wpływać na tę ewolucję. Na przykład, gdybyśmy dokładnie poznali strukturę sieci zależności pokarmowych w różnych ekosystemach, z pewnością ułatwiłoby to ochronę gatunków zagrożonych wyginięciem. Znajomość reguł rządzących ewolucją Internetu umożliwiłaby zaś projektowanie efektywniejszych protokołów sieciowych. W wypadku sieci WWW modele teoretyczne są już teraz wykorzystywane do tworzenia oraz testowania nowoczesnych wyszukiwarek internetowych.

Przegląd podstawowych modeli sieci w tym rozdziale przedstawiliśmy w taki sposób, aby po przeczytaniu go czytelnik znał najważniejsze modele sieci, które od samego początku kształtowały i ukierunkowywały wyobraźnię naukowców oraz specjalistów różnych dziedzin zajmujących się sieciami złożonymi. W naszym przekonaniu opisane modele stanowią podstawowe osiągnięcia współczesnej nauki o sieciach oraz, co jest nie mniej ważne, umożliwiają w miarę kompletny przegląd różnych metod rachunkowych wykorzystywanych w tej dziedzinie.

4.1. Klasyfikacja sieci złożonych. Sieci deterministyczne i przypadkowe, statyczne i ewoluujące

Podział różnych modeli sieci złożonych na **deterministyczne** i **przypadkowe** jest najbardziej naturalną klasyfikacją tych układów (rysunek 4.1). Sieci przypadkowe to takie, w których krawędzie są rozłożone w sposób mniej lub bardziej losowy. Do tej klasy sieci zaliczmy te wszystkie sieci rzeczywiste i ich



Rysunek 4.1. Klasyfikacja różnych modeli sieci. Większość przykładowych modeli zamieszczonych na tym rysunku została przy- najmniej częściowo omówiona w tej książce

modele teoretyczne, których ewolucja lub procedura konstrukcyjna dopuszcza pewien czynnik losowości. Z formalnego punktu widzenia oznacza to, że mówiąc o jakimś modelu sieci przypadkowej, nie powinniśmy mieć na myśli żadnej konkretnej sieci, tylko zbiór, w którym konkretne sieci mają różne prawdopodobieństwa realizacji. To spostrzeżenie jest ważną cechą odróżniającą sieci przypadkowe od deterministycznych, których procedury konstrukcyjne nie dopuszczają żadnej przypadkowości.

W dalszej części tego rozdziału będziemy się zajmować jedynie sieciami przypadkowymi, które będziemy umownie dzielić na sieci (konstrukcje) **statyczne** (np. klasyczne grafy przypadkowe) i sieci **ewoluujące** (np. sieć BA). Taki podział sieci przypadkowych¹ nawiązuje do znanego podziału fizyki statystycznej na równowagową, która zajmuje się układami będącymi w stanie równowagi, oraz nierównowagową, której zakres zainteresowań obejmuje układy niebędące w stanie równowagi, które jednak mogą przebywać w pewnym nierównowagowym stanie stacjonarnym.

Tym czytelnikom, którzy przed chwilą po raz pierwszy usłyszeli pojęcia: stan równowagi i nierównowagowy stan stacjonarny, wyjaśniamy, że w stanie równowagi makroskopowe parametry badanych układów są niezależne od czasu. Na przykład, powietrze w zamkniętym pokoju, w którym wszędzie panuje jednakowa temperatura, jest **w stanie równowagi**. W każdym miejscu w tym pokoju gęstość powietrza jest, w granicach błędu pomiarowego, taka sama. Założmy jednak, że w sąsiednim pokoju panuje dużo niższa temperatura. Jeśli otworzymy drzwi między pokojami, zimniejsze powietrze z drugiego pokoju zacznie się wdzierać do cieplejszego, powodując nie tylko zmianę temperatury, ale również duże fluktuacje gęstości powietrza. Stojąc w drzwiach między tymi pokojami, pocujemy przepływ powietrza, który będzie trwał dopóty, dopóki temperatura i gęstość powietrza w obydwu pokojach będą różne. Opisane wyrównywanie się temperatur jest przykładem **procesu nierównowagowego**.

Podczas wspomnianego nierównowagowego procesu wyrównywania się temperatur wielkości charakteryzujące układ zmieniają się w czasie, co, jak można się domyślić, jest podstawową cechą układów niebędących w stanie równowagi. Istnieją jednak takie stany (procesy) nierównowagowe, w których pewne parametry badanych układów, takie jak gęstość i temperatura powietrza w rozważanym przed chwilą pokoju, nie zależą od czasu, mimo że w ogólności te układy się zmieniają. Takie stany nazywamy nierównowagowymi **stanami stacjonarnymi**. W omawianym przykładzie powietrza zamkniętego w pewnym pokoju nierównowagowy stan stacjonarny odpowiadałby na przykład sytuacji, gdy w tym pokoju działa wentylacja mechaniczna. W nowoczesnych systemach takiej wentylacji

¹ Po raz pierwszy taka klasyfikacja została zaproponowana w jednej z pierwszych książek poświęconych sieciom złożonym, *Evolution of networks. From biological nets to the internet and WWW*, S.N. Dorogovtseva i J.F.F. Mendes [89].

powietrze w pokoju jest systematycznie, tj. w stałym tempie, wymieniane, przy czym świeże powietrze, zanim zostanie wtłoczone do pokoju, jest ogrzewane do odpowiedniej temperatury. Oznacza to, że w pokoju z wentylacją mechaniczną panuje nierównowagowy stan stacjonarny, który charakteryzuje się tym, że chociaż obserwujemy tam przepływ powietrza, makroskopowe parametry tego układu nie zależą od czasu.

W dalszej części tego rozdziału w podobnym duchu będziemy definiowali sieci statyczne, zwane również sieciami (konstrukcjami) równowagowymi, oraz sieci ewoluujące². W sieciach równowagowych makroskopowe charakterystyki tych układów, takie jak liczba węzłów i połączeń, współczynnik gronowania, a nawet rozkład stopni węzłów, nie zależą od czasu. W modelach sieci ewoluujących rozmiar i struktura sieci, to znaczy liczba węzłów i krawędzi, jak również wzorce połączeń międzywęzłowych, mogą zmieniać się w czasie, chociaż zmiany, o których mowa, często mają cechy nierównowagowych procesów stacjonarnych.

Zanim rozpoczniemy omawianie różnych modeli przypadkowych sieci złożonych, powinniśmy wyjaśnić, że celowość zaproponowanego podziału tych sieci na ewoluujące i statyczne nie wynika jedynie z odmiennej metodyki badań modeli sieciowych należących do każdej z tych klas. Chociaż różnice w metodyce badań tych układów nie są bez znaczenia, u podstaw przyjętej klasyfikacji leżą różne pytania naukowe, na które próbujemy znaleźć odpowiedź, posługując się odpowiednimi modelami tych sieci. W odniesieniu do sieci ewoluujących podstawowe jest zazwyczaj pytanie o mechanizmy ewolucji (wzrostu i zmienności) badanych układów. W tym zakresie odpowiednim przykładem jest model sieci BA (podrozdział 4.2), który w pierwotnym zamierzeniu jego autorów miał opisywać ewolucję sieci WWW. Sieci statyczne służą natomiast do innych celów. Doskonale nadają się do modelowania różnych procesów dynamicznych obserwowanych w sieciach rzeczywistych, np. typu epidemii. Podczas badania takich procesów nie interesują nas mechanizmy wzrostu sieci. Ważne jest natomiast to, aby badana sieć miała określone własności strukturalne, np. potęgowy rozkład stopni węzłów, ponieważ zwykle wpływ tych własności na funkcjonalność rozważanego układu chcemy badać.

² Powinniśmy zaznaczyć, że zdefiniowana przez nas klasa sieci ewoluujących nie jest całkowicie równoważna sieciom (układom) nierównowagowym. Wśród sieci nazywanych przez nas sieciami ewoluującymi umieściliśmy bowiem bardzo ciekawy model równowagowej sieci ewoluującej z preferencyjnym przełączaniem krawędzi (zob. punkt 4.2.1). Mówiąc o różnych teoretycznych modelach przypadkowych sieci złożonych (ewoluujących i statycznych) nie sposób pominąć wkładu, jaki w tę dziedzinę wnieśli polscy naukowcy, wśród których na pierwszym miejscu należy wymienić grupę fizyków związanych z Instytutem Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego. Warto wiedzieć, że byli oni prekursorami w zakresie rozszerzenia tradycyjnych metod fizyki statystycznej na sieci złożone. Ich prace [37, 38, 44, 45, 53–57, 59, 297] na stałe weszły do kanonu lektur obowiązkowych nauki o sieciach złożonych.