

## DESER

### 14. Postulat Beala

Jak nam wszystkim wiadomo, w 1993 r., po 358 latach, udowodniono tzw. wielkie twierdzenie Fermata, które głosi, że równanie:  $a^n + b^n = c^n$  nie posiada rozwiązań w liczbach naturalnych dla  $n > 2$ .

W tym samym roku amerykański miliarder, bankowiec, inwestor i matematyk amator – Andrew Beal (1952–) – sformułował następujące przypuszczenie : „Jeżeli liczby naturalne  $a, b, c$  spełniają równanie:  $a^x + b^y = c^z$ , gdzie:  $x, y, z$  są liczbami naturalnymi większymi od 2, to  $a, b, c$  muszą mieć wspólny dzielnik, który jest liczbą pierwszą”.

Faktycznie:

$$3^3 + 6^3 = 3^5, a = 3, b = 6, c = 3 - \text{wspólny dzielnik pierwszy: } 3,$$

$$27^4 + 162^3 = 9^7, a = 27, b = 162, c = 9 - \text{wspólny dzielnik pierwszy: } 3,$$

$$2^4 + 2^4 = 2^5, a = 2, b = 2, c = 2 - \text{wspólny dzielnik pierwszy: } 2.$$

W 1997 r. Beal zaferował nagrodę w wysokości 5000 \$ za dowód prawdziwości hipotezy albo kontrprzykład, który ją obali. Rokrocznie wartość nagrody wzrastała. W 2022 r. wynosiła ona 1 000 000 \$. Nagroda zdeponowana jest w American Mathematical Society.

Zapraszamy do zabawy...

# 21

## UŁAMKI EGIPSKIE I TAJEMNICZY SPADEK

Wyobraźmy sobie przez chwilę, że obserwujemy ośmiu dobrze zbudowanych budowniczych piramidy w starożytnym Egipcie, którzy podczas krótkiej przerwy posilają się chlebem. Mają do podziału pięć bochenków. W jaki sposób tego dokonają? Otóż wiadomo, że każdy z nich otrzyma  $\frac{5}{8}$  bochenka. Okazuje się, że możemy przedstawić to jako  $\frac{5}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ . Zatem cztery bochenki dzielą na połowy a pozostały na osiem części. W ten sposób dokonują podziału. Jest on lepszy ze względu chociażby na liczbę cięć. Gdyby każdy bochenek podzielić na osiem kawałków i pozwolić, by każdy niewolnik (budowniczy) wziął sobie pięć z nich, potrzebowałibyśmy:  $5 \cdot 7 = 35$  cięć. W drugim przypadku dokonujemy tylko  $4 \cdot 1 + 7 = 11$  cięć. Gdyby grupa liczyła siedem osób, to wówczas byłoby:  $\frac{5}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14}$ . Cztery bochenki dzielimy na połowy, a jeden na siedem części. Każdy robotnik (niewolnik) dostaje połowę bochenka oraz siódmą część piątego chleba. Pozostałą połowę bochenka dzielimy na siedem części, z których każdy dostaje po jednej. W tym przypadku, gdy dzielimy każdy bochenek na siedem części i pozwalamy, by każdy budowniczy wziął dla siebie pięć kawałków, dokonujemy:  $5 \cdot 6 = 30$  cięć. Przy alternatywnym podziale dokonujemy:  $4 \cdot 1 + 2 \cdot 6 = 16$  cięć. Zauważmy, że dokonano tutaj zapisu ułamków w postaci ułamków o liczniku 1. Mają one najprostszą postać a mianowniki tworzą ciąg rosnący. Jak pokazaliśmy na tych dwóch przykładach, taki podział ułamków miał w dawnych czasach głęboki sens.

W taki oto sposób dotarliśmy do pojęcia *ułamków egipskich*.