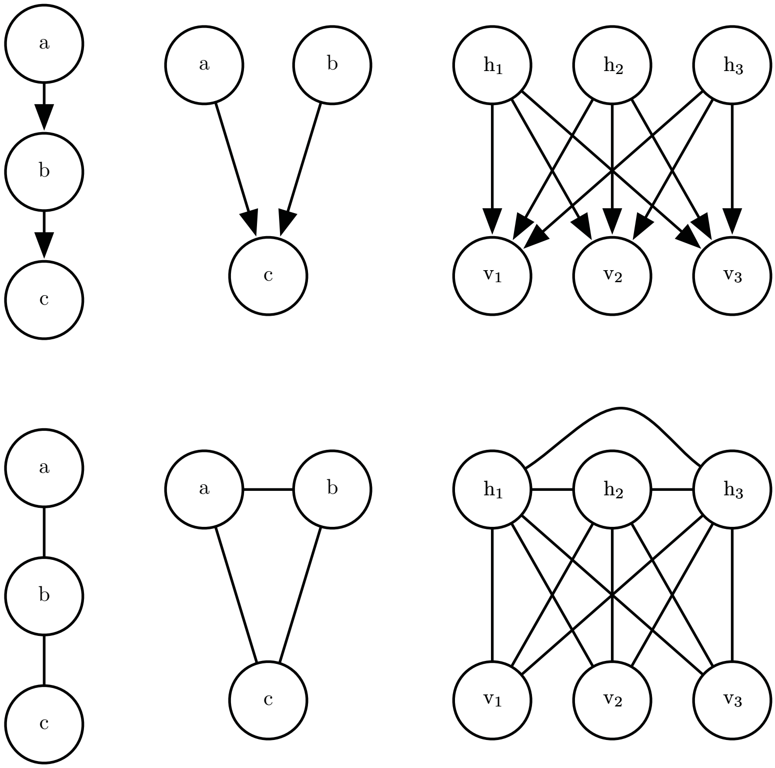
zbyt przydatny, ponieważ nie implikuje żadnych niezależności. Gdy reprezentujemy rozkład prawdopodobieństwa za pomocą grafu, chcemy wybrać taki graf, który implikuje jak najwięcej niezależności, nie implikując żadnych niezależności, które tak naprawdę nie istnieją. Z tego punktu widzenia niektóre rozkłady można reprezentować bardziej wydajnie, używając modeli skierowanych, natomiast inne – używając modeli nieskierowanych. Innymi słowy, modele skierowane pozwalają zakodować pewne niezależności, których zakodować nie potrafią modele nieskierowane – i *vice versa*.

Modele skierowane mogą używać jednego, konkretnego rodzaju podstruktury, której modele nieskierowane nie potrafią reprezentować doskonale. Ta podstruktura jest nazywana **niemoralnością** (ang. *immorality*). Struktura ta występuje, gdy dwie zmienne losowe, a i b, są rodzicami trzeciej zmiennej losowej, c, i nie ma krawędzi bezpośrednio łączącej a i b w żadnym kierunku. (Nazwa „niemoralność" może wydawać się dziwna; ukuto ją w literaturze o modelach graficznych jako żart na temat niezamężnych rodziców). Aby przekonwertować model skierowany z grafem $\mathcal{D}$ na model nieskierowany, musimy utworzyć nowy graf $\mathcal{U}$. Dla każdej pary zmiennych x i y dodajemy nieskierowaną krawędź łączącą x i y z $\mathcal{U}$, jeśli jest skierowana krawędź (w dowolnym kierunku) łącząca x i y w $\mathcal{D}$ albo jeśli x i y są rodzicami w $\mathcal{D}$ trzeciej zmiennej z. Wynikowy graf $\mathcal{U}$ to **graf umoralniony** (ang. *moralized graph*). Na rysunku 16.11 pokazano przykłady przekształcania modeli skierowanych na nieskierowane poprzez moralizację.

Podobnie modele nieskierowane mogą zawierać podstruktury, których żaden model skierowany nie może zaprezentować perfekcyjnie. W szczególności skierowany graf $\mathcal{D}$ nie może uchwycić wszystkich warunkowych niezależności implikowanych przez nieskierowany graf $\mathcal{U}$, jeśli $\mathcal{U}$ zawiera **pętlę** o długości większej niż trzy, chyba że pętla ta zawiera również **cięciwę** (ang. *chord*). Pętla to sekwencja zmiennych połączonych przez nieskierowane krawędzie, a ostatnia zmienna w tej sekwencji jest połączona z powrotem z pierwszą zmienną w sekwencji. Cięciwa to połączenie między dwiema niekolejnymi zmiennymi w sekwencji tworzącej pętlę. Jeśli $\mathcal{U}$ ma pętle o długości cztery lub więcej i nie zawierają one cięciw, musimy je dodać, aby można było wykonać przekształcenie na model skierowany. Dodanie tych cięciw oznacza usunięcie pewnych informacji o niezależności, które zostały zakodowane w grafie $\mathcal{U}$. Graf skonstruowany przez dodanie cięciw do $\mathcal{U}$ jest nazywany **cięciwowym** (ang. *chordal* lub *triangulated*), a wszystkie pętle można opisać za pomocą mniejszych, trójkątnych pętli. Aby zbudować skierowany graf $\mathcal{D}$ z grafu cięciwowego, musimy również przypisać kierunki krawędziom. Robiąc to, nie możemy utworzyć skierowanego cyklu w $\mathcal{D}$ albo wynik nie zdefiniuje prawidłowego skierowanego




Rysunek 16.11. Przykłady konwersji modeli skierowanych (górny wiersz) na modele nieskierowane (dolny wiersz) poprzez konstruowanie umoralnionych grafów. Po lewej: ten prosty łańcuch można przekształcić na graf umoralniony, po prostu zamieniając krawędzie skierowane na nieskierowane. Wynikowy model nieskierowany implikuje dokładnie taki sam zbiór niezależności i niezależności warunkowych. Na środku: ten graf to najprostszy model skierowany, którego nie można przekształcić na model nieskierowany, nie tracąc pewnych niezależności. Graf ten składa się w całości z jednej niemoralności. Ponieważ a i b to rodzice c, są połączone aktywną ścieżką, gdy c jest obserwowane. Aby uchwycić tę zależność, model nieskierowany musi zawierać klikę obejmującą wszystkie trzy zmienne. Klice tej nie udaje się zakodować faktu, że a$\perp$b. Po prawej: ogólnie moralizacja może spowodować dodanie wielu krawędzi do grafu, przez co utracone zostanie wiele implikowanych niezależności. Na przykład ten graf rzadkiego kodowania wymaga dodania krawędzi umoralniających między każdą parą jednostek ukrytych, tym samym wprowadzając kwadratową liczbę nowych bezpośrednich zależności

modelu probabilistycznego. Jednym ze sposobów na przypisanie kierunków do krawędzi w $\mathcal{D}$ jest narzucenie uporządkowania zmiennym losowym, a następnie nakierowanie każdej krawędzi z węzła, który w uporządkowaniu występuje wcześniej do węzła występującego później. Przykład pokazano na rysunku 16.12.