Cały świat wciąż czeka z utęsknieniem (miejmy nadzieję) na dowód prawdziwości hipotezy dla dowolnej parzystej większej od 2.

Zauważmy jeszcze, że każda liczba parzysta *n* większa od 4 może być zapisana jako: $4 + (n - 4)$, czyli w postaci sumy dwóch liczb złożonych. W ten sposób, mimochodem, udowodniliśmy wersję „hipotezy Golbacha dla ubogich". Mianowicie: Każda liczba parzysta większa od 4 jest sumą dwóch liczb złożonych.

6. Liczby Smitha

Albert Wilansky (1921–2017) był kanadyjskim matematykiem. Ożenił się w 1947 r. poza żoną rodzina powiększyła mu się o szwagra – pana Smitha. Wilansky tak często do niego dzwonił, że zaczął bawić się liczbami tworzącymi numer telefonu szwagra: 493–7775. Rozłożył go na czynniki pierwsze: $4\,937\,775 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 65\,837$. Następnie obliczył sumę cyfr numeru telefonu i jego rozkładu na czynniki. Otrzymał: $4 + 9 + 3 + 7 + 7 + 7 + 5 = 42$, $3 + 5 + 5 + 6 + 5 + 8 + 3 + 7 = 42$. Suma cyfr numeru telefonu równa się sumie cyfr rozkładu tego numeru na czynniki pierwsze. Liczby o takiej własności nazwano na cześć szwagra – *liczbami Smitha*. Oczywiście każda liczba pierwsza jest liczbą Smitha.

Oto lista liczb Smitha (z wyłączeniem liczb pierwszych) mniejszych od 1000: 4, 22, 27, 58, 85, 94, 121, 166, 202, 265, 274, 319, 346, 355, 378, 382, 391, 438, 454, 483, 517, 526, 535, 562, 576, 588, 627, 634, 636, 645, 648, 654, 663, 666, 690, 706, 728, 729, 762,778, 835, 852, 861, 895, 913, 915, 922, 958, 985.

Oryginalnie pierwsza odkryta liczba Smitha: 4 937 775 znajduje się na pozycji 133 809. w ciągu liczb Smitha. Amerykański matematyk Samuel Yates (1919–1991) poświęcił część swych badań liczbom Smitha. Podał chociażby tę liczbę: $10^{3913210}(10^{1031} - 1)(10^{4594} + 3 \cdot 10^{2297} + 1)^{1476}$ składającą się z 10 694 985 cyfr.

Obecnie największa znana liczba Smitha to: $10^{3913210}(10^{1031} - 1)(10^{69882} + 3 \cdot 10^{34941} + 1)^{1476}$, która ma 32 066 910 cyfr.

W pracy *Lots of Smiths* (P. Costello i K. Lewis), zamieszczonej w „Mathematics Magazine"2002, t. 75, nr 3, można znaleźć wzory generujące liczby Smitha.

Z kolei w pracy *Construction of Smith numbers* (S. Oltikar, K. Wayland), przedstawionej w „Mathematics Magazine” 1983, t. 56, ukazano sprytny wzór na liczby Smitha. Otóż każda liczba postaci $3304 \cdot \underbrace{111\ldots111}_{n}$ jest liczbą Smitha pod warunkiem, że $\underbrace{111\ldots111}_{n}$ jest liczbą pierwszą. Kłopot w tym, że do dzisiaj znamy tylko 5 takich liczb odpowiadającym $n = 2, 19, 23, 317$ i 1031.

Pomimo tego wspomniany rekord nadal obowiązuje i wyścig wciąż trwa. Zawsze czekamy na liczbę Smitha większą od ostatniej odkrytej największej. W każdej chwili rekord może zostać pobity.

7. Kwadraty składające się tylko z dwóch różnych cyfr

Zwróćmy naszą uwagę na liczby typu:

$$10^{2n} = \underbrace{1000.000}_{2n\,\text{zer}} = 1\underbrace{00\ldots00}_{n\,\text{zer}}{}^2,$$

$$4 \cdot 10^{2n} = 4\underbrace{000.000}_{2n\,\text{zer}} = 2\underbrace{00\ldots00}_{n\,\text{zer}}{}^2,$$

$$9 \cdot 10^{2n} = 9\underbrace{000.000}_{2n\,\text{zer}} = 3\underbrace{00\ldots00}_{n\,\text{zer}}{}^2.$$

Liczby te są kwadratami i do ich zapisu używamy tylko dwóch różnych cyfr. Czy istnieją jeszcze jakieś inne liczby o podobnej własności? Oczywiście prostymi przykładami są: $16 = 4^2$, $25 = 5^2$, $36 = 6^2$, $49 = 7^2$, $64 = 8^2$, $81 = 9^2$. Przy odrobinie wysiłku wyznaczymy kolejne: $121 = 11^2$, $144 = 12^2$, $225 = 15^2$, $441 = 21^2$, $484 = 22^2$, $676 = 26^2$. Dalej już jest trudniej: $1444 = 38^2$, $7744 = 88^2$, $11\,881 = 109^2$, $29\,920 = 173^2$, $44\,944 = 212^2$, $55\,225 = 235^2$, $69\,690 = 264^2$, $9\,696\,996 = 3114^2$, $6\,661\,661\,161 = 81\,619^2$. Okazuje się, że na tym lista się kończy. (Oczywiście, nie umieszczamy na niej liczb typu: 10^{2n}, $4 \cdot 10^{2n}$, $9 \cdot 10^{2n}$).

Nie wiadomo, czy jest więcej liczb o tej własności. Do tej pory przynajmniej nikt nie znalazł większej od $6\,661\,661\,161 = 81\,619^2$, którą odkrył Nobuyuki Yoshigahara (1936–2004) – japoński popularyzator matematyki i twórca wielu matematycznych łamigłówek.